BAC 2003 SESSION PRINCIPALE

EXERCICE 1

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation $E_d : z^3 + (3 - d^2)z + 2i(1 + d^2) = 0$ où d est un nombre complexe donné de module 2.

1/a- Vérifier que 2i est une solution de E_d.

b- Résoudre alors l'équation E_d.

2/ Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A,B,M,N d'affixes respectives 2i, -i; -i+d; -i-d.

a- Calculer MN et déterminer le milieu de [MN].

b- En déduire que lorsque d varie, les points M et N appartiennent à un cercle fixe que l'on précisera.

c- Dans le cas où AMN est un triangle, montrer que O est le centre de gravité du triangle AMN.

d- En déduire les valeurs de d pour les quelles le triangle AMN est isocèle de sommet principal A.

EXERCICE 2

ABC un triangle rectangle en C tel que $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ et soit r une rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soient D=r(C) et E=r^{-1}(B).

On désigne par I le milieu du segment [CD].

1/a- Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A) = D et f(C) = A.

b- Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.

2/ Soit g = f ∘ r.

a- Montrer que g est une translation.

b- Soit F = g(E). Montrer que f(B) = F et en déduire la nature du triangle BIF.

c- Montrer que les points C,A et F sont alignés.

3/ Soit G=$t_{\overrightarrow{AD}}$(I) où $t_{\overrightarrow{AD}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

a- Montrer qu'il existe un unique antidéplacement φ tel que φ(C) = D et φ(I) = G.

b- Montrer que φ est une glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.